Corso di Ottica astronomica – Bruno Marano

Assorbimento della luce in un mezzo

(il termine spesso usato in astronomia è "estinzione")

Assumiamo che un flusso di intensità iniziale I(0), attraversando uno spessore x di un mezzo subisca una attenuazione che lo porta a un valore I(x)<I(0). Se –ΔI(x) =I(0)-I(x)<<I(0), potremo scrivere, in prima approssimazione,

$$\Delta I(x) = I(x) - I(0) = -kx\, I(x) \quad (1)$$

con k, di dimensioni [l^{-1}], costante caratteristica del mezzo (composizione, densità , ecc.), e I(0) ≈ I (x). La (1) è equivalente a

$$\frac{\Delta I(x)}{x} = -k\, I(x), \qquad (2)$$

che esprime un rapporto incrementale. Passando al limite e indicando con ξ la coordinata spaziale variabile, si ottiene l'equazione differenziale:

$$\frac{dI(\xi)}{d\xi} = -kI(\xi) \qquad (3)$$

ovvero,

$$\frac{dI(\xi)}{I(\xi)} = -kd\xi \qquad (3')$$

che può essere integrata su uno spessore x

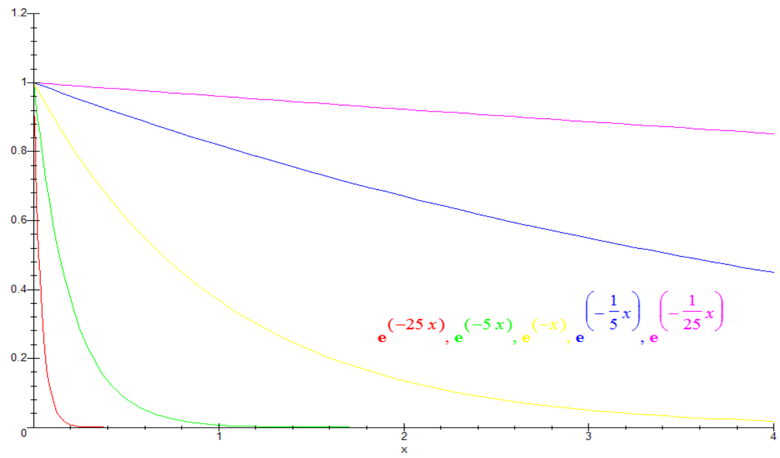
$$\int_0^x \frac{dI}{I} = -k \int_0^x d\xi \quad (4)$$

ovvero, risolvendo l'integrale

$$ln\frac{I(x)}{I(0)} = -k(x-0)$$

e quindi:

$$\boldsymbol{I(x) = I(0)\, e^{-kx}} \quad (5)$$



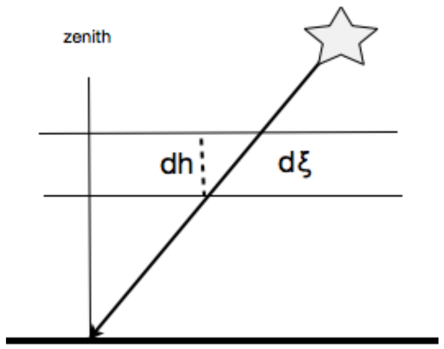
L'intensità subisce quindi un *decremento esponenziale*, con lunghezza caratteristica 1/k.
In molti casi, k ("coefficiente di assorbimento" o "di estinzione") è proporzionale alla densità del mezzo: $k = \kappa\, \rho(\xi)$.
La (5) diviene allora, con evidenti passaggi dalla (3'):

$$I(x) \;=\; I(0)\; e^{-\kappa \int_0^x \rho(\xi) d\xi}$$

La quantità $\int_0^x \rho(\xi) d\xi$,nel linguaggio astrofisico, prende spesso il nome di *densità di colonna* (gr/cm^{-2}). L'intero argomento dell'esponenziale è spesso indicato come *profondità ottica*. Va tenuto presente che in molte condizioni astrofisiche si può determinare l'attenuazione prodotta, ma non la distribuzione spaziale del materiale assorbente.

Assorbimento atmosferico

La trattazione precedente consente di trattare l'assorbimento atmosferico. Siano I_{oss} il flusso osservato in atmosfera e I il flusso originale, fuori atmosfera.



Assumiamo, per semplicità, l'atmosfera costituita da strati piani paralleli. A grandi angoli zenitali questa approssimazione sarà inapplicabile e bisognerà ricorrere a una trattazione più complessa (vedi, p.e. Smart, Spherical Astronomy, Cambridge Univ. Press)
Per una sorgente osservata a angolo zenitale z, sarà:

$$Ioss \ = I \ e^{-\kappa \int_{\infty}^{0} \rho(\xi) d\xi} \quad (6)$$

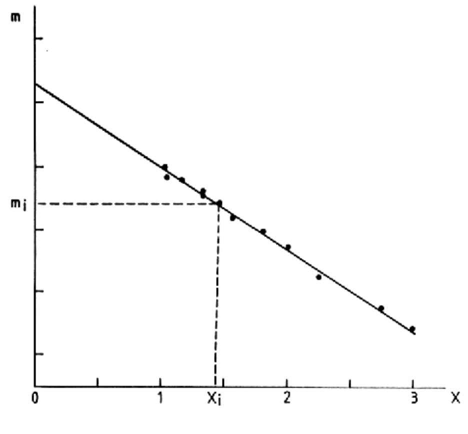
da cui, indicando con *h* la quota, ed essendo *dh*= *d***ξ** *cos (z)*
passando ai logaritmi in base 10 (Log) si ottiene:

$$Log\ (Ioss)\ = Log\ I\ -\ \kappa' \int_{\infty}^{\mathbf{0}} \rho(h)/cos(z)dh$$

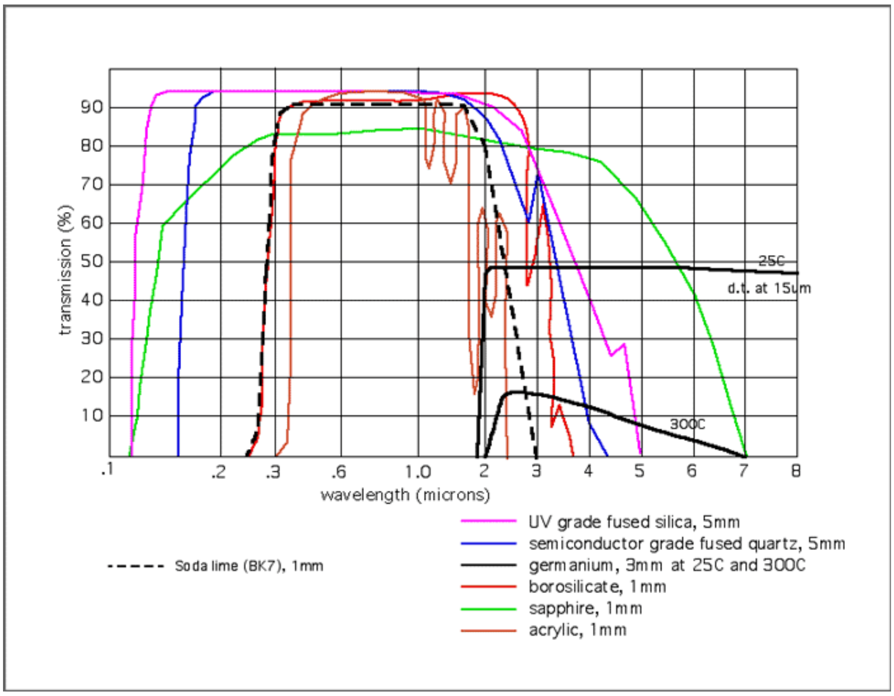
con $\kappa' = \kappa/\ (ln10)$. Infine, moltiplicando per -2.5 entrambi i membri, si passa alla relazione tra magnitudini:

$$m_{oss} = m - \frac{k\prime/2.5}{cos(z)} \int_{\infty}^{0} \rho(h)\ dh \quad (7)$$

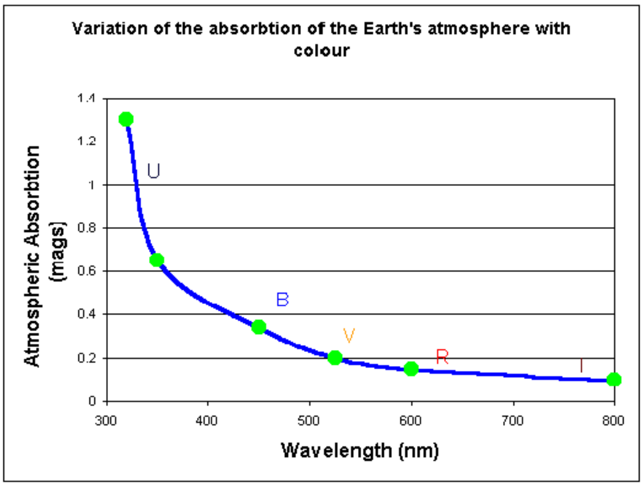
In condizioni di atmosfera stabile, la quantità $\kappa' \int_{\infty}^{\mathbf{0}} \rho(h)dh$ è costante e la (7) costituisce una relazione lineare tra 1/cos(z), che varia nel corso della notte, e m_{oss} (*retta di Bouguer*). Il valore di m può essere ottenuto con una sequenza di misure a diversi z; interpolando i valori osservati si ottiene l'andamento della (7). Questo consente di ottenere il valore della magnitudine fuori atmosfera **m** come intersezione della retta interpolante con l'asse y (si noti che, per z>0, 1/cos(z) > 1; l'intervallo 0-1 non è "osservabile").



La quantità x=*1/cos(z)* è spesso indicata col termine "*massa d'aria*".
In generale il coefficiente di assorbimento sarà funzione lunghezza d'onda λ.
La figura che segue mostra la "trasparenza" di diversi tipi di vetro in funzione della lunghezza d'onda.



Una forte dipendenza dell’assorbimento dalla lunghezza d’onda si ha anche nell’atmosfera terrestre, con una forte decrescita passando



.

dall’UV all’infrarosso Come esempio concreto, l’estinzione allo zenith a Cerro Paranal (ESO) è circa 0.13 mag a 550nm V) e 0.22 mag a 450 nm (B); a 300nm l’atmosfera è sostanzialmente opaca
Tale dipendenza determina la colorazione azzurra del cielo e il virare al rosso del colore del Sole (e di qualsiasi astro) in vicinanza dell’orizzonte (*sapete spiegare il perchè?*).

Uno schema che ha molte applicazioni.

Uno schema analogo si applica in una varietà di situazioni molto diverse, nell’analisi della radioattività, nell’analisi dei circuiti elettrici, in chimica, nell’economia, nella biologia.
L’incremento o il decremento esponenziale sono caratteristicidi tutti i fenomeni in cui una quantità cresce (o decresce) di una frazione fissa in un dato intervallo di tempo, di spazio ecc. In tali casi l’espressione *crescita* (o

decrescita) *esponenziale* ha uno specifico significato quantitativo. Nel linguaggio dei media essa è spesso usata come una generica espressione retorica, equivalente a un enfatico “enorme”, e fintamente “scientifica” in quanto svuotata del suo effettivo significato quantitativo,

Un caso di particolare interesse, ed esemplare, è il decadimento radiattivo: un atomo abbia una probabilità k di decadere nell’intervallo di tempo Δt.
Una trattazione analoga a quella sviluppata all’inizio porta a esprimere le frazione di atomi N(t) sopravissuti dopo un tempo t, da un numero iniziale N(0), come:

$$\boldsymbol{N(t)} = \boldsymbol{N(0)}\ \boldsymbol{e^{-kt}}$$

Indicando con
τ l’inverso di *k*, l’espressione diventa

$$\boldsymbol{N(t)} = \boldsymbol{N(0)e^{-t/\tau}}.$$

Dopo un tempo **τ,** si ha $\mathbf{N(\tau)} = \boldsymbol{N(0)e^{-1}}$**.** Spesso viene usato il *tempo di dimezzamento* o *tempo di vita media* $\mathbf{t_{½}}$**,** trascorso il quale il numero di atomi originali si è dimezzato in numero: $\mathbf{N(t_{½}) = N(0)/2}$ $\mathbf{(t_{½} = \sim 0.7\ \tau\ )}$**.**
L’analisi delle abbondanze degli elementi radioattivi e dei loro prodotti di decadimento è alla base della datazione dei reperti archeologici (C^{14} , $t_{½}$ = 5730 anni) e delle rocce terrestri e lunari (U^{238} $t_{½}$ =6.3 Miliardi di anni, U^{235} $t_{½}$ = 1.0 Miliardi di anni). (*Domanda: datazione “da quando”?)*